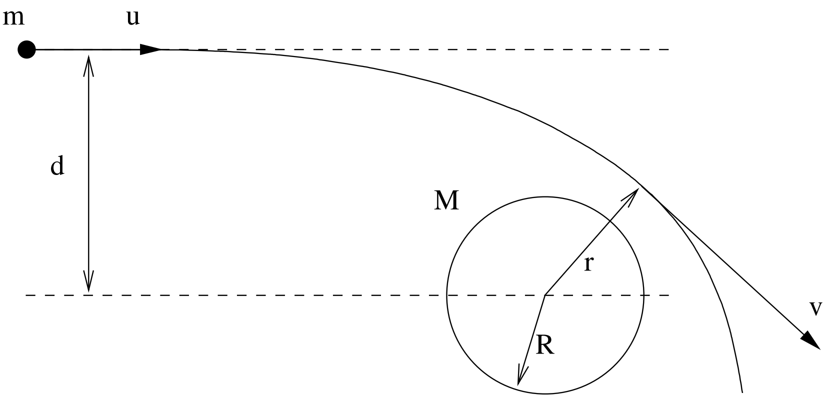
Übungen zur Vorlesung Theoretische Physik LA 1 **WS 2016/17**

Apl. Prof. Dr. J. Main **Blatt 2**

Aufgabe 5 : Erhaltungssätze

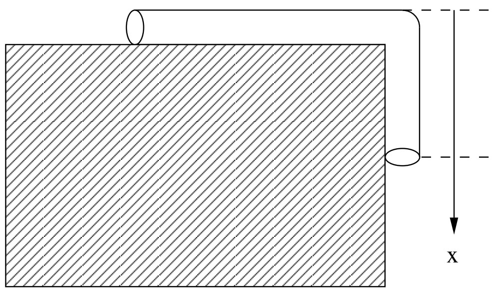
Ein Meteor der Masse m nähert sich aus dem Unendlichen kommend mit der Geschwindigkeit v_∞ der Erde (Masse M, Radius R_0) und würde bei fehlender Erdanziehungskraft im Abstand $d \gg R_0$ an der Erde vorbei fliegen. Aufgrund der Gravitationskraft ist seine Bahn jedoch zur Erde hin gekrümmt.



Berechnen Sie nur unter Verwendung von Erhaltungssätzen den minimalen Abstand r_0 des Meteors von der Erde und seine Geschwindigkeit v_0 in diesem Punkt. Wie sind die Parameter d und v_∞ zu wählen, damit der Meteor an der Erde vorbei fliegt? (2 Punkte)

Aufgabe 6 : Vom Tisch gleitendes Seil (schriftlich)

Ein Seil mit Masse m und Länge l rutscht über eine Kante ab. Die Reibung des aufliegenden Stückes soll vernachlässigt werden.



Wie lautet die Bewegungsgleichung? Wie lautet die Lösung für den Fall, dass zur Zeit $t = 0$ das Seil losgelassen wird, wobei das Stück l_0 herab hängt? Wie groß ist die Geschwindigkeit, wenn das Seilende gerade über die Kante rutscht? (2 Punkte)

Aufgabe 7 : Das mathematische Pendel

Die Bewegungsgleichung eines mathematischen Pendels (Massenpunkt m an einer masselosen starren Stange der Länge l),

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l}\sin\varphi\,, \qquad\qquad (g = \text{Erdbeschleunigung})$$

kann mit $\dot{\varphi} = \omega$ in zwei gekoppelte lineare Differenzialgleichungen erster Ordnung transformiert werden:

$$\dot{\varphi} = \omega\,, \qquad\qquad \dot{\omega} = -\frac{g}{l}\sin\varphi\,.$$

a) Bilden Sie $\dot{\omega}/\dot{\varphi} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}\varphi$ und integrieren Sie die so entstandene DGL unter den Anfangsbedingungen $\varphi(0) = \varphi_0$ und $\omega(0) = \omega_0$. Damit erhalten Sie die Bahnkurven im ω, φ-Raum (Phasenporträt).

   Skizzieren Sie die verschiedenen auftretenden Fälle in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen. (2 Punkte)

b) Für kleine Auslenkungen von φ kann die Entwicklung von $\sin\varphi$ nach dem linearen Glied abgebrochen werden. Wie sieht in diesem Fall die DGL für die Trajektorien im ω, φ-Raum aus? Lösen Sie diese und diskutieren Sie den Unterschied zu den Trajektorien aus a). (2 Punkte)

c) Skizzieren Sie für die beiden Fälle a) und b) die Rückstellkraft $\boldsymbol{F}_R$ in Abhängigkeit von φ. Schätzen Sie den Gültigkeitsbereich der Linearisierung für verschiedene Genauigkeiten (0.1% und 1%) ab. (2 Punkte)

   Hinweis: Für alternierende Reihen bildet der Betrag des nächstfolgenden Terms der Reihenentwicklung eine obere Schranke für das Restglied (siehe Bronstein). Beachten Sie weiterhin die Monotonie der Rückstellkraft in φ für kleine Auslenkungen.

Aufgabe 8 : Kosmische Geschwindigkeiten

a) Ein Massenpunkt m wird in der Höhe h über der Erdoberfläche horizontal mit der Geschwindigkeit v_1 abgeworfen und bewegt sich dann reibungsfrei im Gravitationsfeld der Erde (Radius R, Masse M).

   Wie groß muss v_1 gewählt werden, damit der Körper eine Kreisbahn um die Erde beschreibt (Kreisbahngeschwindigkeit oder erste kosmische Geschwindigkeit)? Wie groß ist v_1 für kleine Anfangshöhen $h \ll R$? Was ist die günstigste Wahl für Ort und Abschussrichtung, wenn man die Erddrehung berücksichtigt? ($R = 6370\,\mathrm{km}$, $g = 9.81\,\mathrm{ms}^{-2}$) (2 Punkte)

   Hinweis: Drücken Sie die Gravitationskonstante durch die Erdbeschleunigung g aus.

b) Mit welcher Geschwindigkeit v_2 muss ein Körper von der Erdoberfläche abgeschossen werden, damit er den Anziehungsbereich der Erde verlassen kann (Entweichgeschwindigkeit oder zweite kosmische Geschwindigkeit)? Welche Höhe würde dieser Körper erreichen, wenn man von dem (hypothetischen) Fall eines homogenen Schwerefelds mit konstanter Beschleunigung g ausgeht? (2 Punkte)

Abgabe der schriftlichen Aufgabe am Montag, den 31.10. in der Vorlesung.

Aufgrund des Feiertags am 1.11. erfolgt die Besprechung der Dienstags-Übung in der darauffolgenden Woche.