

Aufgabe 1 : Zur Diskussion

- Erläutern Sie den Feld-Begriff.
- Welche Schwierigkeiten hatte wohl die Elektrodynamik im Verlauf ihrer Entwicklung zu überwinden?

Aufgabe 2 : Elektrische Kraft

- Berechnen Sie das Verhältnis zwischen elektrischer Kraft und Gravitationskraft, die zwischen zwei Elektronen im Vakuum wirken. (1 Punkt)
(Gravitationskonstante $G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, Ruhemasse des Elektrons $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Dielektrizitätskonstante $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ A}^2 \text{ s}^2 / \text{Nm}^2$, Elektronenladung $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$)
- Durch einen Metalldraht von 1 mm^2 Querschnitt fließe ein Strom von 1 Ampère (A). Berechnen Sie das Verhältnis v/c , wobei c die Lichtgeschwindigkeit und v die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen ist. (1 Punkt)
(Elektronendichte $n = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$)

Aufgabe 3 : Linienintegrale

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ x^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Linienintegral

$$\int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

vom Punkt $(0, y(0))$ zum Punkt $(2, y(2))$ längs

- der Parabel

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 1,$$

b) der Kurve

$$y = \frac{1}{1 - \exp(-4)} (\exp(-x) - \exp(-4)),$$

c) der Geraden

$$y = 2 - \frac{3}{5}x,$$

d) der Parabel

$$y = 1 - \frac{1}{16}x^2,$$

e) und des im ersten Quadranten liegenden Teiles der Ellipse

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

(pro Teilaufgabe 1/2 Punkt)

Aufgabe 4 : Identitäten der Vektoranalysis

Zeigen Sie mit Hilfe von $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$ sowie $\epsilon_{jkl} \epsilon_{jmn} = \delta_{km} \delta_{ln} - \delta_{kn} \delta_{lm}$ und den Eigenschaften des ϵ -Tensors die folgenden Relationen:

a) $\text{rot}(\text{grad } U) = 0$ (1 Punkt)

b) $\text{div}(\text{rot } \mathbf{v}) = 0$ (1 Punkt)

c) $\text{rot}(\text{rot } \mathbf{v}) = \text{grad}(\text{div } \mathbf{v}) - \Delta \mathbf{v}$ (1 Punkt)

d) $\text{div}(\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = \mathbf{w} \text{ rot } \mathbf{v} - \mathbf{v} \text{ rot } \mathbf{w}$ (1 Punkt)

e) $\text{rot}(U \mathbf{v}) = (\text{grad } U) \times \mathbf{v} + U \text{ rot } \mathbf{v}$ (1 Punkt)

Als total antisymmetrischer ϵ -Tensor oder Permutationstensor definiert man den Ausdruck

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{für } \{i, j, k\} \text{ gerade Permutation von } \{1, 2, 3\}, \\ -1 & \text{für } \{i, j, k\} \text{ ungerade Permutation von } \{1, 2, 3\}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Scheinkriterien: Ein Übungsschein wird zum Semesterende an diejenigen Teilnehmer ausgestellt, die

- (i) Mindestens 60% der Punkte der zu votierenden Übungsaufgaben erreicht haben,
- (ii) Mindestens 60% der Punkte der schriftlichen Übungsaufgaben erreicht haben, und
- (iii) Aktiv an den Übungen teilgenommen haben. Dazu gehört das mindestens zweimalige Vorrechnen von Übungsaufgaben.