

**Übungen zur Vorlesung „Relativitätstheorie,
Astrophysik, Kosmologie (Vertiefungsmodul)“
Sommersemester 2017**

Übungsblatt 1

Ausgabe: Donnerstag, 13. April 2017
Abgabe der schriftlichen Lösungen: Donnerstag, 20. April 2017
Besprechung: Montag, 24. April 2017

Aufgabe 1: Galilei-Invarianz (schriftlich)

Gehen Sie in dieser Aufgabe von einer einfachen Form der Galilei-Transformation aus, bei der sich die beiden Koordinatensysteme nur durch eine gleichförmig-geradlinige Bewegung in x -Richtung unterscheiden,

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

a) Zeigen Sie, dass die Schrödingergleichung der Quantenmechanik

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}, t) \right) \psi(\mathbf{r}, t)$$

unter dieser Galilei-invariant ist. (5 Punkte)

b) Zeigen Sie, dass die Wellengleichung für das elektrische Feld im Vakuum

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{E} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathbf{E} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = 0$$

nicht Galilei-invariant ist. (5 Punkte)

Aufgabe 2: d'Alembert-Operator (Votieraufgabe)

Zeigen Sie die Lorentz-Invarianz des d'Alembert-Operators (Wellengleichungsoperator, „Quabla“)

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Gehen Sie dabei nur von einem Lorentz-Boost in x -Richtung aus,

$$x' = \gamma(x - \beta ct), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad ct' = \gamma(ct - \beta x)$$
$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

(5 Punkte)

Aufgabe 3: Raum-Zeit-Abstand (Votieraufgabe)

Betrachten Sie zwei Punktereignisse im Koordinatensystem K an verschiedenen Orten und verschiedenen Zeiten, (\mathbf{r}_1, t_1) , (\mathbf{r}_2, t_2) , und zeigen Sie dass der gemäß

$$c^2 \Delta\tau^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2$$

definierte Raum-Zeit-Abstand der Ereignisse sich unter einer Lorentz-Transformation nicht verändert. Sie dürfen sich wieder auf den Lorentz-Boost aus Aufgabe 2 beschränken. (5 Punkte)