

**Übungen zur Vorlesung „Relativitätstheorie,
Astrophysik, Kosmologie (Vertiefungsmodul)“
Sommersemester 2017**

Übungsblatt 2

Ausgabe:	Donnerstag, 20. April 2017
Abgabe der schriftlichen Lösungen:	Donnerstag, 27. April 2017
Besprechung:	Termin bitte mit Übungsgruppenleiter absprechen

Aufgabe 4: Geschwindigkeitsparameter (Votieraufgabe)

Für eine Lorentztransformation zwischen zwei Bezugssystemen mit Relativgeschwindigkeit v ist der Geschwindigkeitsparameter θ definiert durch $\tanh \theta := v/c = \beta$.

Betrachten Sie drei achsenparallele Bezugssysteme K_1, K_2, K_3 , deren Koordinatenursprünge bei $t_1 = t_2 = t_3 = 0$ sich überdecken. K_2 bewege sich relativ zu K_1 mit v_1 , K_3 relativ zu K_2 mit v_2 und relativ zu K_1 mit v_3 .

Zeigen Sie, dass für die Geschwindigkeitsparameter gilt: $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$. (5 Punkte)

Aufgabe 5: Speziell-relativistische Effekte beim GPS (Votieraufgabe)

Zur Aussendung der GPS-Signale kreisen jeweils 4 Satelliten auf einer von 6 Bahnen, die um 60° gegeneinander gedreht sind, in einer Höhe von $h = 20200$ km um die Erde. Die Erde hat einen Radius von $R = 6,37 \cdot 10^6$ m und eine Masse von $M = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg. Die Gravitationskonstante beträgt $6,67 \cdot 10^{-11}$ m³/(kg s²).

- a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit eines Satelliten auf seiner Umlaufbahn. (3 Punkte)
- b) Welchen Gangunterschied hat eine Uhr auf einem Satelliten nach einem Tag gegenüber einer ruhenden Uhr auf der Erdoberfläche? (3 Punkte)
- c) Für die Positionsbestimmung muss der Abstand zum Satellit ausgewertet werden. Diesen berechnet man aus der Laufzeit eines Funksignals vom Satellit zum Empfänger. Um welchen Wert wird der Abstand falsch berechnet, wenn man den Gangunterschied der Uhren nicht berücksichtigt? (2 Punkte)

Tatsächlich spielen auch allgemein-relativistische Effekte eine wesentliche Rolle bei der korrekten Auswertung von GPS-Signalen und die hier berechnete Korrektur liefert immer noch keine brauchbare Positionsangabe. Auf diese Effekte kommen wir später zurück.

Aufgabe 6: Stange-Haus Experiment (schriftlich)

Eine Stange der Länge ℓ bewege sich mit großer Geschwindigkeit durch ein Haus derselben Länge ℓ . Zu klären ist die folgende Paradoxie: Vom Ruhesystem des Hauses aus betrachtet erfährt die Stange eine Längenkontraktion. Wenn das hintere Ende der Stange den Hauseingang passiert, hat ihr vorderes Ende den Hinterausgang noch nicht erreicht. Vom Ruhesystem der Stange aus betrachtet erscheint die Länge des Hauses verkürzt. Die Enden der Stange schauen für eine gewisse Zeit auf beiden Seiten des Hauses heraus.

Bezeichnen Sie mit K das Ruhesystem des Hauses und mit K' das der Stange. Die Anfangspunkte von Haus und Stange sollen für $t = t' = 0$ im Ursprung zusammenfallen. Berechnen Sie die Koordinaten von Anfangs- und Endpunkt des Hauses sowie der Stange

- a) vom System des Hauses aus betrachtet (beliebige Zeit t), (4 Punkte)
- b) vom System der Stange aus betrachtet (beliebige Zeit t'), (4 Punkte)
- c) vom System der Stange aus betrachtet zur Zeit $t = 0$. (2 Punkte)
- d) Zeichnen Sie die Raum-Zeit-Diagramme für die Weltlinien der Anfangs- und Endpunkte von Haus und Stange im System K und im System K' . (4 Punkte)
- e) Lösen Sie damit die Paradoxie auf. (2 Punkte)