

**Übungen zur Vorlesung „Mathematische Methoden der Physik“
Wintersemester 2016/17**

Übungsblatt 1

Ausgabe: Mittwoch, 19. Oktober 2016
Abgabe der schriftlichen Lösungen: Donnerstag, 20. Oktober 2016
Besprechung: 26./27./28. Oktober 2016

Aufgabe 1: Differenzieren (schriftlich)

a) Differenzieren Sie folgende Funktionen nach x :

$$x^3 \sin(kx), \quad \exp(-x^2), \quad \cos(x) \exp(ax), \quad x^x, \quad \tan(x), \quad \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

(12 Punkte)

b) Leiten Sie die Funktion

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t)$$

zweimal ab und zeigen Sie durch Einsetzen, dass die Funktion $x(t)$ folgende Differentialgleichung erfüllt:

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) + \omega^2 x(t) = 0$$

(4 Punkte)

Aufgabe 2: Implizite Ableitung (schriftlich)

Die Funktion $y(x)$ ist durch die Gleichung

$$x^3 - 3xy(x) + y(x)^3 = 2$$

implizit bestimmt. Obwohl wir diese Gleichung nicht auflösen können, ist es möglich, die Ableitung zu berechnen. Leiten Sie dafür jeden Term nach x ab und lösen Sie anschließend nach $y'(x)$ auf.
(4 Punkte)

Aufgabe 3: Zur Entspannung – leichte Kost aus der Schulzeit (Votieraufgabe)

Führen Sie an den folgenden Funktionen eine ausführliche Kurvendiskussion durch, d.h. bestimmen Sie ihre Nullstellen, Definitionslücken, Pole, Extrema und Wendepunkte sowie das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ und fertigen Sie eine Skizze an.

a)

$$f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

(7 Punkte)

b)

$$g(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 1}$$

(7 Punkte)

Aufgabe 4: Bestimmte Integrale (Votieraufgabe)

Berechnen Sie folgende bestimmte Integrale:

a)

$$\int_0^{2\pi} \sin(x) \, dx$$

(2 Punkte)

b)

$$\int_0^{\infty} \exp(-ax) \, dx, \quad a > 0$$

(2 Punkte)

c)

$$\int_0^{\infty} x \exp(-ax^2) \, dx, \quad a > 0$$

(2 Punkte)