Übungen zur Vorlesung „Physik auf dem Computer"
Sommersemester 2018

Übungsgruppenleiter:
Robin Bardakcioglu – `rhb@itp1.uni-stuttgart.de; Do. 14:00 - 15:30 Uhr, 5.331`
Johannes Reiff – `jreiff@itp1.uni-stuttgart.de; Di. 14:00 - 15:30 Uhr, 4.141`
Matthias Feldmaier – `fem@itp1.uni-stuttgart.de; Do. 14:00 - 15:30 Uhr, 4.141`

Scheinkriterien: Je 50 % der schriftlichen Abgaben und der Votierpunkte sowie Vorrechnen. Schriftliche Aufgaben sind in PDF-Form (möglichst ein Dokument) beim Tutor per E-Mail abzugeben und mit ausreichend Kommentaren zu versehen. Die zusätzliche Abgabe von Quellcode ist ebenfalls möglich, ersetzt jedoch nicht die Abgabe der Lösungen in PDF Form, sondern dient der Auffindung möglicher Fehler.

Übungsblatt 2 Ausgabe: 18. April 2018 Abgabe und Besprechung: KW 17

Aufgabe 3.1: Ein Taschenrechner

Laden Sie sich das Programmpaket zu dieser Aufgabe von der Vorlesungsseite herunter. Kompilieren Sie das Programm `calc0.cc` mit

```
g++ -std=c++11 -Wall -o calc0 calc0.cc
```

Diese Befehlssequenz erzeugt ein ausfürbares Programm mit dem Namen `calc0`. Dabei wir der Standard C++11 verwendet. Die Flag `-Wall` schaltet zusätzliche Warnungen vor potentiellen Fehlern ein.

a) Versuchen Sie, das Programm zu verstehen und als Taschenrechner zu bedienen.

b) Bauen Sie in das Programm die Modulo-Funktion (Rest) ein. Für diese Rechenoperation steht in C++/C das `%`-Zeichen. Benuzten Sie dieses Zeichen auch für die Eingabe.

   ToDo: Führen Sie die Funktionsweise Ihres Taschenrechners vor.

   (2 Punkt(e), Votier)

   Freiwillige Zusatzaufgabe: Zur Übung dürfen Sie Ihren Taschenrechner dabei um beliebige Funktionalitäten erweitern. Der skurilste Taschenrechner gewinnt!

Aufgabe 4: Euler-Integration des Harmonischen Oszillators

a) Gehen Sie in das Verzeichnis, das Sie sich für die Übungen dieser Vorlesung angelegt haben. Erstellen Sie darin ein Unterverzeichnis für Aufgabe 4. Gehen Sie in das Verzeichnis und holen sie aus dem Webangebot zur Vorlesung das Programmpaket zu Aufgabe 4. Entpacken und öffnen

Sie die Programmdatei. Sie finden ein Programm vor, das für eine Euler-Integration vorbereitet ist, der entscheidende Algorithmus für den Euler-Schritt fehlt jedoch noch. Überzeugen Sie sich davon und versuchen Sie, den Rest des Programms zu verstehen.

b) Stellen Sie zwei Differentialgleichungen erster Ordnung auf, die einen harmonischen Oszillator mit der dimensionslosen Hamiltonfunktion

$$H = \frac{p^2}{2} + \frac{\omega^2}{2} x^2 \,, \tag{1}$$

in der die dimensionslose Frequenz ω als einziger Parameter auftritt, lösen. Diskretisieren Sie die Bewegungsgleichungen und stellen Sie den Euler-Schritt auf.

ToDo: Ihre vollständige Rechnung zu diesem Aufgabenteil.

(2 Punkt(e), Votier)

c) Bauen Sie den Euler-Schritt in das Programm ein und kompilieren Sie es. Lassen Sie es für mehrere verschiedene Eingabewerte durchlaufen.

d) Stellen Sie die Lösungen $x(t)$ im Vergleich mit dem exakten Ergebnis graphisch dar, tragen Sie also beides in einer Abbildung auf. Berechnen Sie dazu verschiedene Beispiele, an denen man erkennt, dass das Ergebnis sich für kleinere Δt verbessert.

ToDo: Erstellen Sie drei Abbildungen mit Rechnungen zu verschiedenen, sinnvoll gewählten Δt, sonst aber identischen Eingabeparametern. Diskussion der Abbildungen.

(3 Punkt(e), Votier)

Falls Sie möchten, können Sie die gnuplot-Vorlage `abbildung.gnuplot` aus dem Programmpaket verwenden, um eine PDF-Ausgabe zu erzeugen, in der Sie alle Fähigkeiten von LaTeX zur Achsenbeschriftung zur Verfügung haben. Sie müssen den Titel und den Namen Ihrer Datendatei noch anpassen, dann erzeugen Sie die Abbildung mit:

```
gnuplot abbildung.gnuplot
pdflatex abbildung.tex
```

Alternativ bietet z. B. die Matplotlib für Python eine Vielzahl von Funktionen um schöne Plots zu erstellen.

e) Erstellen Sie Phasenraumporträts, d.h. die Auftragung $p(x)$ für die berechneten Beispiele. Diskutieren Sie das Ergebnis insbesondere im Hinblick auf Probleme des Euler-Verfahrens.

ToDo: Erstellen Sie Phasenraumporträts zu den drei vorherigen Abbildungen, Ihre Diskussion.

(3 Punkt(e), Votier)

Aufgabe 5: Fehleranalyse zum Euler-Verfahren

a) Wandeln Sie Ihr Programm aus der vorherigen Aufgabe so ab, dass es

- in einer Schleife mehrere Werte für `dt` $= \Delta t$ in äquidistanten Schritten durchläuft und für diese eine vollständige Integration bis $t_{\max}$ durchführt,

- den Zeitschritt `dt` nicht mehr als Eingabevariable abfragt,
- einen minimalen und einen maximalen Wert für `dt` sowie die Zahl der verwendeten `dt` als Eingabewerte erwartet,
- für jedes verwendete `dt` eine Zeile mit den Spalten
  $\Delta t \qquad x(t_{\max}) \qquad x_{\text{exakt}}(t_{\max}) \qquad |x(t_{\max}) - x_{\text{exakt}}(t_{\max})|$
  in eine Ausgabedatei schreibt.

b) Lassen Sie das Programm laufen, verwenden Sie dabei als untere Grenze $\Delta t = 0.0001$ oder kleiner.

c) Tragen Sie $\delta x = |x(t_{\max}) - x_{\text{exakt}}(t_{\max})|$ über Δt doppelt logarithmisch in einem Diagramm auf. Was beobachten Sie? Erklären Sie Ihre Beobachtung.

ToDo: Abgabe des Diagramms mit einer Erklärung Ihrer Beobachtung.

(5 Punkt(e), Schriftlich)

d) Führen Sie eine Anpassung der Funktion $f(x) = ax^b$ an die Daten $\delta x(\Delta t)$ durch. Das gelingt mit gnuplot über die folgenden Eingaben:

```
f(x) = a*x**b
fit [:0.1] f(x) "Ihre_Datendatei.dat" u 1:4 via a,b
plot "Ihre_Datendatei.dat" u 1:4, f(x)
```

Passen Sie den verwendeten Bereich `[:0.1]` gegebenenfalls an, sodass Sie ein sinnvolles Ergebnis bekommen. Erklären Sie, warum Sie aus den so gewonnenen Werten von `a` und `b` ablesen können, dass Sie ein Verfahren erster Ordnung zur Integration der Differentialgleichung verwendet haben.

ToDo: Abgabe der Ergebnisse für die Werte `a` und `b`, Ihre Erklärung.

(2 Punkt(e), Schriftlich)

Aufgabe 6: Ein Verfahren zweiter Ordnung

a) Wandeln Sie Ihr Programm aus der vorherigen Aufgabe so ab, dass es das verbesserte Euler-Verfahren mit einem Zwischenschritt aus der Vorlesung verwendet.

b) Weisen Sie mit demselben Vorgehen wie in Aufgabe 5 numerisch nach, dass es sich um ein Verfahren zweiter Ordnung handelt.

ToDo: Erstellen Sie eine doppelt logarithmische Auftragung von $\delta x(\Delta t)$ und der angepassten Funktion $f(x)$ im selben Diagramm. Vergleichen Sie die Ergebnisse für die parameter `a` und `b` zur vorherigen Aufgabe.

(5 Punkt(e), Votier)