Übungen zur Vorlesung ,,Simulationsmethoden in der Physik 2"

PD Dr. Jörg Main **SS 2004**

Blatt 3

Perkolation

Hinweise: Sie können Ihre Lösungen mit Kommentaren und/oder weiteren Fragen innerhalb von zwei Wochen nach Ausgabe der Aufgaben per Email an Ihren Übungsleiter schicken.

`Thomas Ihle: ihle@ica1.uni-stuttgart.de`

Aufgabe 5.
Implementieren Sie den "burning" Algorithmus auf einem Quadratgitter der Größe $L \times L$, um die Frage zu beantworten, ob ein gegebenes System perkoliert oder nicht, d.h. ob es eine durchgehende Verbindung besetzter Plätze von der Oberkante des Systems zur Unterkante gibt.

a) Besetzen Sie die Plätze des Gitters mit der Wahrscheinlichkeit p. Erzeugen Sie dazu für jeden Platz eine Zufallszahl u zwischen 0 und 1 und besetzen Sie den Platz, wenn $u < p$.

b) Schreiben Sie eine Prozedur oder Funktion, die als Argument ein vorbereitetes Feld mit Werten 0="empty" und 1="occupied" erhält und die entsprechende Information (perkolierender Pfad existiert/existiert nicht) in geeigneter Form zurückliefert.

c) Ermitteln Sie für die Besetzungswahrscheinlichkeiten $p = 0.4$, $p = 0.55$ und $p = 0.65$ wie groß der Anteil perkolierender Systeme der Größe 50×50 ist. Führen Sie dazu das Programm für jedes p etwa zehnmal aus und notieren Sie, wie häufig Perkolation auftritt.

Aufgabe 6.
Modifizieren Sie Ihr Programm aus Aufgabe 5 zur Untersuchung der Site-Perkolation eines Dreiecksgitters. Ein einfacher Weg ist, die Gitterpunkte als Eckpunkte eines Quadratgitters aufzufassen, aber Punkte entlang *einer* der beiden diagonalen Richtungen als benachbart anzusehen. Jeder Gitterpunkt besitzt also sechs nächste Nachbarn! Bestimmen Sie approximativ die Perkolationschwelle $p_c(L)$ für $L = 4$, 16 und 32.

Aufgabe 7.
Implementieren Sie den Hoshen-Kopelman Algorithmus zur Numerierung aller Cluster für Site-Perkolation auf einem Quadratgitter der Größe $L \times L$.

a) Besetzen Sie die Plätze des Gitters mit der Wahrscheinlichkeit p wie in Aufgabe 5.

b) Bestimmen Sie für $L = 64$ die Wahrscheinlichkeit $W(s)$, mit der ein Cluster der Größe s auftritt. Dazu muss über viele Läufe mit verschiedenen Zufallszahlen gemittelt werden. Plotten Sie $W(s)$ für $p = 0.45$, 0.59 und 0.65.

c) Bestimmen Sie für $p = 0.45, 0.59, 0.65$ und $L = 64$ die Wahrscheinlichkeit W_∞, dass ein „unendlich" großes Cluster auftritt, d.h. ein Cluster, das zwei gegnüberliegende Wände miteinander verbindet.

d) Messen Sie die Wahrscheinlichkeit P_A, dass ein Platz zum unendlichen Cluster gehört (=Clustergröße/Gesamtzahl der Gitterpunkte). Plotten Sie P_A als Funktion der Besetzungswahrscheinlichkeit p für $L = 8$, 16 und 64.