

Übungen zur Vorlesung „Astronomie und Astrophysik 1“, WS 2019/20

2. Übungsblatt vom 29.10.2019

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Dienstag, 05.11.2019, 16:15 Uhr, nach der Vorlesung

Aufgabe 6: Dichte und Druck im Inneren von Erde und Sonne (4 Punkte)

In der Vorlesung wird hergeleitet, dass zwischen dem mittleren Druck p und der mittleren Dichte ρ eines Sterns mit Radius R die Beziehung

$$\frac{p}{\rho c^2} \approx \frac{R_S}{R}$$

besteht (R_S : Schwarzschild-Radius). Berechnen Sie damit den mittleren Druck im Erd- und Sonneninneren und vergleichen Sie die Resultate mit Standardmodellen in der folgenden Abbildung:

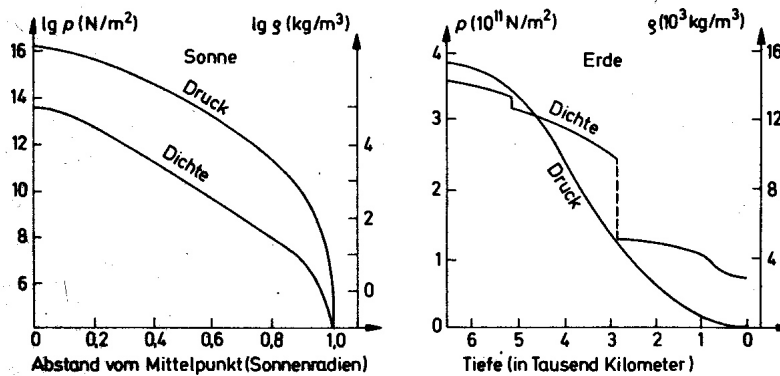


Abb. 1: Druck und Dichte in Sonne und Erde

Quelle: Szel: Weiße Zwerge, schwarze Löcher, Rowohlt 1975

Daten:

$$M_{\text{Sonne}} = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}, \quad R_{\text{Sonne}} = 6,9598 \times 10^8 \text{ m},$$

$$M_{\text{Erde}} = 5,977 \times 10^{24} \text{ kg}, \quad R_{\text{Erde}} = 6375 \text{ km},$$

$$G = 6,6732 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}, \quad c = 2,9979 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Hinten geht's weiter!

Aufgabe 7: Maximale Bergeshöhen**(schriftlich, 6 Punkte)**

Während der Asteroid Eros (Abbildung unten) deutlich von der Kugelgestalt abweicht, sind Planeten oder auch der Erdmond fast rund. Der Grund dafür ist in der höheren Masse dieser Himmelskörper zu suchen: Ab einer gewissen Grenzmasse sind geometrische Formen, die von der Kugelgestalt abweichen, wegen der dann dominierenden Schwerkraft nicht mehr möglich. Diesen Effekt schätzen wir ab:

Auf einem Himmelskörper mit Radius R und Masse M denken wir uns einen Berg der Höhe H . Die chemische Bindung liefert eine Bindungsenergie von $\varepsilon \approx 1 \text{ eV}$ pro Atom, die das Material stabilisiert. Ein Berg ist instabil, wenn seine gesamte chemische Bindungsenergie geringer ist als die potentielle Energie, die nötig ist, um den Berg aufzuschichten.

Approximieren Sie die Dichte des Gesteins mit Hilfe der Protonenmasse und des Bohrschen Radius $r_B = \frac{\hbar}{m_e c \alpha}$ durch

$$\frac{M}{R^3} \approx \frac{m_p}{r_B^3},$$

und zeigen Sie, dass der Berg stabil ist, falls

$$\frac{H}{R} < \left(\frac{M_c}{M}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{R_c}{R}\right)^2.$$

Dabei ist

$$M_c = \left(\frac{\varepsilon \hbar}{m_p^2 A G \alpha m_e c}\right)^{\frac{3}{2}} m_p,$$

$$R_c = \left(\frac{\varepsilon \hbar}{m_p^2 A G \alpha m_e c}\right)^{\frac{1}{2}} r_B,$$

und A die Massenzahl der beteiligten Atome. Welchen Wert haben M_c und R_c für Massenzahlen $A \approx 50$?

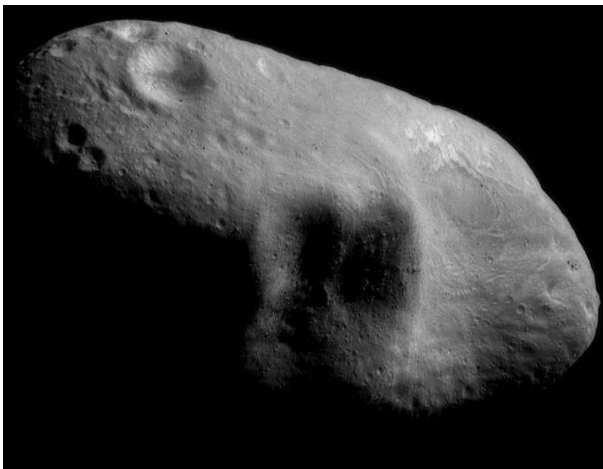


Abb. 2

Asteroid Eros, aufgenommen von der NASA-Raumsonde NEAR Shoemaker am 3.3.2000 aus einer Entfernung von 200 km. Größe: 13 km x 13 km x 33 km. Die Gravitation reicht nicht aus, um den Asteroiden in eine Kugelform zu bringen. Quelle: Near-Earth-Rendezvous Mission (NEAR), <http://near.jhuapl.edu>.

Aufgabe 8: Planeten und Monde**(3 Punkte)**

Planeten und Monde unterscheiden sich von kleineren Körpern dadurch, dass ihre Bindungsenergie durch die Gravitation bestimmt wird und nicht durch die chemische Bindung. Zeigen Sie, dass dies mit den Bezeichnungen der Aufgabe 7 für $M > M_c$ der Fall ist.