

## Übungen zur Vorlesung „Astronomie und Astrophysik 1“, WS 2021/2022

### 3. Übungsblatt vom 17.11.2021

Abgabe der schriftlichen Aufgabe: Mittwoch, 24.11.2021, nach der Vorlesung oder bis spätestens 17:00 elektronisch an patric.rommel@itp1.uni-stuttgart.de

#### Aufgabe 8: Maximale Bergeshöhen

(schriftlich, 6 Punkte)

Während der Asteroid Eros (Abbildung unten) deutlich von der Kugelgestalt abweicht, sind Planeten oder auch der Erdmond fast rund. Der Grund dafür ist in der höheren Masse dieser Himmelskörper zu suchen: Ab einer gewissen Grenzmasse sind geometrische Formen, die von der Kugelgestalt abweichen, wegen der dann dominierenden Schwerkraft nicht mehr möglich. Diesen Effekt schätzen wir ab:

Auf einem Himmelskörper mit Radius  $R$  und Masse  $M$  denken wir uns einen Berg der Höhe  $H$ . Die chemische Bindung liefert eine Bindungsenergie von  $\varepsilon \approx 1 \text{ eV}$  pro Atom, die das Material stabilisiert. Ein Berg ist instabil, wenn seine gesamte chemische Bindungsenergie geringer ist als die potentielle Energie, die nötig ist, um den Berg aufzuschichten.

Approximieren Sie die Dichte des Gesteins mit Hilfe der Protonenmasse und des Bohrschen Radius  $r_B = \frac{\hbar}{m_e c \alpha}$  durch

$$\frac{M}{R^3} \approx \frac{m_p}{r_B^3},$$

und zeigen Sie, dass der Berg stabil ist, falls

$$\frac{H}{R} < \left( \frac{M_c}{M} \right)^{\frac{2}{3}} = \left( \frac{R_c}{R} \right)^2.$$

Dabei ist

$$M_c = \left( \frac{\varepsilon \hbar}{m_p^2 A G \alpha m_e c} \right)^{\frac{3}{2}} m_p,$$

$$R_c = \left( \frac{\varepsilon \hbar}{m_p^2 A G \alpha m_e c} \right)^{\frac{1}{2}} r_B,$$

und  $A$  die Massenzahl der beteiligten Atome. Welchen Wert haben  $M_c$  und  $R_c$  für Massenzahlen  $A \approx 50$ ?

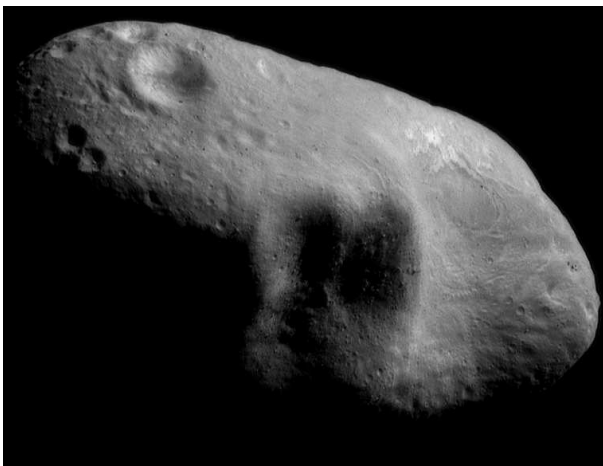


Abb. 2

Asteroid Eros, aufgenommen von der NASA-Raumsonde NEAR Shoemaker am 3.3.2000 aus einer Entfernung von 200 km. Größe: 13 km x 13 km x 33 km. Die Gravitation reicht nicht aus, um den Asteroiden in eine Kugelform zu bringen. Quelle: Near-Earth-Rendezvous Mission (NEAR), <http://near.jhuapl.edu>.

**Aufgabe 9: Planeten und Monde****(freiwillig schriftlich 3 Punkte)**

Planeten und Monde unterscheiden sich von kleineren Körpern dadurch, dass ihre Bindungsenergie durch die Gravitation bestimmt wird und nicht durch die chemische Bindung. Zeigen Sie, dass dies mit den Bezeichnungen der Aufgabe 8 für  $M > M_c$  der Fall ist.

**Aufgabe 10: Fermienergie in weißen Zwergen****(freiwillig schriftlich 5 Punkte)**

Schätzen Sie ab, wie hoch die Fermienergie  $E_F$  (in eV) des Elektronengases in einem weißen Zwergstern der kritischen Dichte  $\rho_c = m_p/\lambda_{Ce}^3$  ist ( $m_p$  = Protonenmasse,  $\lambda_{Ce} = \hbar/m_e c$  = Compton-Wellenlänge des Elektrons).

Welcher Temperatur  $E_F/k_B$  ( $k_B$ : Boltzmann-Konstante) entspricht dies?

Vergleichen Sie mit typischen Werten der Fermienergie des Elektronengases in Festkörpern.