

**Übungen zur Vorlesung „Astronomie und Astrophysik 1“, WS 2022/2023****3. Übungsblatt vom 29.11.2022**

Abgabe der schriftlichen Aufgabe: Dienstag, 06.12.2022, nach der Vorlesung oder bis spätestens 17:00 elektronisch an [wunner@itp1.uni-stuttgart.de](mailto:wunner@itp1.uni-stuttgart.de)

**Aufgabe 9: Fermienergie in weißen Zwergen (freiwillig schriftlich 5 Punkte)**

Schätzen Sie ab, wie hoch die Fermienergie  $E_F$  (in eV) des Elektronengases in einem weißen Zwergstern der kritischen Dichte  $\rho_c = m_p/\lambda_{Ce}^3$  ist ( $m_p$  = Protonenmasse,  $\lambda_{Ce} = \hbar/m_e c$  = Compton-Wellenlänge des Elektrons).

Welcher Temperatur  $E_F/k_B$  ( $k_B$ : Boltzmann-Konstante) entspricht dies?

Vergleichen Sie mit typischen Werten der Fermienergie des Elektronengases in Festkörpern.

**Aufgabe 10: Zusammensetzung von Neutronensternen****(freiwillig schriftlich 5 Punkte)**

Wieviel Prozent eines ungeladenen Neutronensternes mit dem Radius  $R = 10^4$  m und der Masse  $M = 1,4 M_\odot = 2,8 \cdot 10^{30}$  kg müssen aus Elektronen und Protonen bestehen, damit der Stern gegen Neutronenzerfall  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  stabil ist?

$$m_p = 1,672\,649 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938,278 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_n = 1,674\,955 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 939,573 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_e = 9,109\,54 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 511,003 \text{ keV}/c^2.$$

**Aufgabe 11: Abbremsung eines Neutronensterns****(schriftlich) 10 Punkte**

Ein homogen magnetisierter rotierender Neutronenstern (senkrechter Rotator, d. h. Magnetfeld und Rotationsachse stehen senkrecht aufeinander) emittiert magnetische Dipolstrahlung und wird dadurch allmählich abgebremst. Die abgestrahlte Leistung berechnet sich zu  $\bar{S} = \frac{\varepsilon_0}{6\pi c} \omega^4 m_0^2$  ( $m_0$ : magnetisches Moment). Berechnen Sie den Zusammenhang zwischen der Polfeldstärke  $B_0$  ( $= 2m_0/R^3$ ), der Rotationsperiode  $P$  und ihrer Ableitung  $\dot{P}$ , indem Sie die zeitliche Änderung der Rotationsenergie  $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$  mit der Abstrahlung  $\bar{S}$  gleichsetzen.

Welches Polmagnetfeld ergibt sich für den Crab-Pulsar, wenn Sie für  $I$  das Trägheitsmoment einer homogenen Vollkugel mit 1,5 Sonnenmassen und einem Radius von 10 km verwenden? Daten vom 15.11.2020 <sup>1</sup>:  $P = 0,033781965$  s,  $\dot{P} = 4,1987485 \times 10^{-13}$  s/s.

---

<sup>1</sup><http://www.jb.man.ac.uk/pulsar/crab.html>