

**Übungen zur Vorlesung „Astronomie und Astrophysik 2“, SS 2021**

## 2. Übungsblatt vom 04.05.2021

Abgabe der schriftlichen Übung am 11.05.2021, bis spätestens 17:00 elektronisch an patric.rommel@itp1.uni-stuttgart.de

**Aufgabe 3: Kritische kosmologische Konstante (schriftlich, 10 Punkte)**

Die Friedmann-Gleichung (mit kosmologischer Konstanten  $\Lambda \neq 0$ ) lautet:

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi}{3} G\sigma_0 a^3(t_0) \cdot \frac{1}{a(t)} - qc^2 + \frac{\Lambda}{3} c^2 a^2(t)$$

mit der heutigen Massendichte  $\sigma_0$ .

Zeigen Sie, dass für positive Krümmung ein Urknall vermieden werden kann, wenn  $0 < \Lambda < \Lambda_c = c^4/(4\pi G\sigma_0 a^3(t_0))^2$  ist.

Skizzieren Sie für diesen Fall den Verlauf der Funktion  $\dot{a}(a)$  und markieren Sie in Ihrer Skizze den minimalen Radius, den das Universum annehmen kann.

**Aufgabe 4: Hawking-Penrose-Theorem (freiwillig schriftlich, 10 Punkte)**

- a) Leiten Sie aus der Friedmann-Gleichung die Bewegungsgleichung  $\ddot{a} = F(a, t)$  her.
- b) Zeigen Sie: Gilt für alle Zeiten  $\sigma + \frac{3p}{c^2} - \frac{\Lambda c^2}{4\pi G} > 0$ , dann gab es vor endlicher Zeit einen Urknall.

**Aufgabe 5: Änderung der Gravitationskonstanten (freiwillig schriftl., 5 Punkte)**

Zeigen Sie, dass sich bei langsamer Änderung der Gravitationskonstanten  $G$  die Entfernung eines Planeten, der die Sonne auf einer kreisförmigen Bahn umläuft, wie  $1/G$  verändert.

Hinweis: Welche dynamische Größe ist auch in einem zeitveränderlichen Zentralfeld erhalten?