

Übungen zur Vorlesung „Astronomie und Astrophysik 2“, SS 2023

2. Übungsblatt vom 25.04.2023

Abgabe der schriftlichen Übung am 02.05.2023 nach der Vorlesung oder bis spätestens 17:00 elektronisch an guenter.wunner@itp1.uni-stuttgart.de

Aufgabe 3: Strahlungsdominierte Ära (freiwillig schriftlich, 10 Punkte)

Die Entkopplung von Strahlung und Materie erfolgt bei einer Temperatur von etwa $T_e = 3000$ K.

a) Um welchen Faktor hat sich das Universum seit der Entkopplung ausgedehnt? Wie groß ist die Rotverschiebung z der Hintergrundstrahlung?

b) Gegenwärtig beträgt das Verhältnis von Strahlungs- zu Materiedichte im Universum etwa 10^{-3} . Berechnen Sie das Verhältnis der Dichten zum Zeitpunkt der Entkopplung.

Folgerung: Die Entkopplung von Strahlung und Materie erfolgte größenordnungsmäßig im selben Zeitraum wie der Übergang von der strahlungs- zur materiedominierten Phase des Universums.

c) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass in der strahlungsdominierten Phase des Universums gilt

$$a(t)/a(t_0) = (t/t_r)^{1/2}, \quad \text{wobei } t_0 \equiv \text{heute.}$$

Welchen Wert hat die Konstante t_r ? Berechnen Sie die Dauer des frühen Universums.

Hinweis: $\sigma_r(t_0) = 4,5 \cdot 10^{-31} \text{ kg/m}^3$.

d) Folgern Sie für den Temperaturverlauf im frühen Universum $T(t) = 1,7 \cdot 10^{10} \text{ K} \times (t/\text{s})^{-1/2}$.

Aufgabe 4: Entfernung der Hintergrundstrahlung (schriftlich, 10 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Sie abschätzen, wie weit der Ort, an dem ein Photon der Hintergrundstrahlung zum letzten Mal gestreut wurde, zum Zeitpunkt der Entkopplung von uns entfernt war.

a) Bringen Sie die Friedmann-Gleichung für ein materiedominiertes Universum mit $q = 0$ auf die Form $\dot{x}^2 = H_0^2/x$ mit $x = a(t)/a(t_0)$ und dem Hubble-Parameter $H_0 = 70 \text{ km}/(\text{s Mpc})$.

b) Zeigen Sie: Der heutige Abstand zum Ort der letzten Streuung heute beobachteter Photonen beträgt

$$d_0 = a_0 c \int_{a_e}^{a_0} \frac{da}{a\dot{a}} = c \int_{x_e}^1 \frac{dx}{x\dot{x}}.$$

c) Zeigen Sie: Für $q = 0$ ist $d_0 = 2c/H_0$. Die Entfernung zum Zeitpunkt der Entkopplung war $d_e = 3 \cdot 10^7 \text{ Lj}$.