

**Übungen zur Vorlesung „Astronomie und Astrophysik 2“, SS 2023**

## 4. Übungsblatt vom 23.05.2023

Abgabe der schriftlichen Übung am 06.06.2023 nach der Vorlesung oder bis spätestens 17:00 elektronisch an [guenter.wunner@itp1.uni-stuttgart.de](mailto:guenter.wunner@itp1.uni-stuttgart.de)

**Aufgabe 7: Sachs-Wolfe-Effekt****schriftlich (10 Punkte)**

a) In einem Gravitationspotential  $\Phi$  gehen Uhren langsamer: Die Eigenzeit  $\tau$  ist mit der Koordinatenzeit  $t$  verknüpft durch

$$d\tau = \sqrt{1 + 2\Phi/c^2} dt \approx (1 + \Phi/c^2) dt. \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass für ein Photon, das im Potential  $\Phi$  mit der (Eigen-)Frequenz  $\nu_0$  erzeugt und im Potential  $\Phi = 0$  mit der Frequenz  $\nu$  beobachtet wird, gilt

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\Phi}{c^2}. \quad (2)$$

Folgern Sie, dass ein fluktuierendes Potential bei der letzten Streuung der Hintergrundstrahlung zu einer Fluktuation der Temperatur

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\Phi}{c^2} \quad (3)$$

um die mittlere Temperatur  $T_0$  führt.

b) Zu dem in a) berechneten Effekt, der eine Gravitationsrotverschiebung darstellt, kommt ein weiterer Effekt hinzu, der aus der Zeitdilatation (1) in Potentialtöpfen resultiert:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} \Big|_{\text{Zeitdilatation}} + \frac{\Phi}{c^2}. \quad (4)$$

Überlegen Sie, wie sich die in einem Potentialtopf etwas langsamer vergehende Zeit auf die heute empfangenen Photonen auswirkt. (Hinweis: Die Entkopplungstemperatur ist mit oder ohne Potential dieselbe.)

Zeigen Sie, dass die durch diesen Effekt verursachte Temperaturfluktuation durch  $\Delta T/T_0|_{\text{Zeitdilatation}} = -\frac{2}{3}\Phi/c^2$  gegeben ist, wenn die Entkopplung in der materiedominierten Phase stattfindet.

**Hinweis:** Begründen Sie: In der materiedominierten Phase gilt  $t^{2/3}T = \text{const.}$