Arbeitsblatt 01

05/06.11.2020

Dieses erste Übungsblatt dient zum "Aufwärmen": ein paar Ableitungen und ein paar Kurven um den (alten) Schulstoff aufzufrischen, bevor es wirklich losgeht.
Zum Bestehen der Übungen müssen insgesamt mindestens 60% der Punkte erreicht werden.

Aufgabe 1: Differenzieren 1 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = ax^3 + bx^{\frac{1}{2}}$,

(b) $f(x) = \cos x \sin x$,

(c) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$,

(d) $f(x) = -x \ln x$,

(e) $f(x) = e^{-x^2}$,

(f) $f(x) = x^x$,

(g) $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$,

(h) $f(x) = \sin^2(\omega x)$.

Aufgabe 2: Differenzieren 2 (10 Punkte)

(a) Differenzieren Sie die folgenden Funktionen nach x:

$$x^2 \mathrm{ln} x,\ \mathrm{ln}(x^2),\ e^{kx}\mathrm{sin} x,\ x^x,\ \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

(b) Leiten Sie die Funktion

$$y(x) = x^n \mathrm{sin} x$$

ab und setzen Sie sie in die Differentialgleichung

$$4x^2 \frac{\mathrm{d}^2 y(x)}{\mathrm{d}x^2} - 4x \frac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x} + (4x^2 + 3)y(x) = 0$$

ein, um zu zeigen, dass sie für ein geeignetes n eine Lösung darstellt. Wie lautet dieses n?

(c) Berechnen Sie die Ableitung $y'(x)$ der Funktion

$$y(x) = (x + 3)^2$$

nach der Definition

$$y'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x}.$$

Aufgabe 3: Kurvendiskussion (10 Punkte)

Führen Sie an den folgenden Funktionen eine ausführliche Kurvendiskussion durch, d.h. bestimmen Sie ihre Nullstellen, Definitionslücken, Pole, Extrema und Wendepunkte sowie das Verhalten für $x \to \pm\infty$ und fertigen Sie eine Skizze an:

(a)

$$f(x) = xe^x,$$

(b)

$$g(x) = \frac{x^3 - 4x^2 - x + 4}{x^2 + x - 2}.$$