



Arbeitsblatt 03

19/20.11.2020

In diesem Blatt werden Ableitungen komplexerer Funktionen und Vektoren betrachtet.

Aufgabe 1: Differenzieren von Skalarfunktionen

(10 Punkte)

Differenzieren Sie folgende Funktionen:

- (a) $\exp(x \cos(x^2))$,
- (b) $e^x \cos((2x + 1)^2)$,
- (c) $\frac{1}{\sqrt{2+x^2}}$,
- (d) $\frac{\sin x}{(x+1)^2}$,
- (e) $\sin(x^2 + \exp(x^3 + x))$,
- (f) $\frac{\exp(x^2)}{x^2}$.

Aufgabe 2: Differenzieren von Vektoren

(10 Punkte)

Gegeben sei die Trajektorie eines Teilchens

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r_0 \sin(t/\tau) \\ r_0 \cos(t/\tau) \\ v_0 t \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$.
- (b) Berechnen Sie die Beträge von $\vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$.
- (c) Berechnen Sie $d[\vec{r}(t) \cdot \vec{r}(t)]/dt$. Was können Sie für $v_0 = 0$ schließen?
- (d) Berechnen Sie $d[\vec{r}(t) \times \vec{v}(t)]/dt$.
- (e) Welche Bewegung vollführt das Teilchen?

Aufgabe 3: Differenzieren (schriftlich)

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen:

- (a) $\frac{1}{2} \exp(ax^2) \sin^2\left(\frac{x}{b}\right)$,
- (b) $\frac{3c}{\sqrt{4-x^2}}$,
- (c) $\frac{ax^3}{(a+2x)^2}$.

Gegeben sei die Trajektorie

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r_0 e^{-\omega t} \\ r_0 \cos^2(4\omega t) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie:

(d) die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$,

(e) $\frac{d}{dt}[\vec{r}(t) \cdot \vec{v}(t)]$.