



Arbeitsblatt 07

17/18.12.2020

In diesem Blatt werden Matrizen behandelt, die Inverse und Determinante bestimmt, sowie mehrere Matrizen diagonalisiert.

Aufgabe 1: Rechnen mit Matrizen

(10 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden zweidimensionalen Matrizen

$$a = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie $e = (a + 3b + c)^T \cdot (a - c)$ und die Spur von e .
(b) Bestimmen Sie $d = a \cdot (b + c/2)$ und die Spur von d .

Seien des weiteren die folgenden dreidimensionalen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -5 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

gegeben.

- (c) Bestimmen Sie $D = 3C - 2A$ und die Spur von D .
(d) Bestimmen Sie $E = (A + B)^T \cdot C$ und die Spur von E .

Aufgabe 2: Determinante und Inverse von Matrizen

(10 Punkte)

Betrachten Sie die weiteren Matrizen

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Determinanten von $a, b, c, g, h, A, B, C, G, H$. Welche sind invertierbar?
(b) Bestimmen Sie die Inversen der invertierbaren Matrizen von a, b, c, g, h .

Aufgabe 3: Diagonalisierung von Matrizen (schriftlich)**(10 Punkte)**

Betrachten Sie zusätzlich die Matrizen

$$A' = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B' = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte, Eigenvektoren und diagonale Form der Matrizen a, b, c, g, h .
- (b) Bestimmen Sie die Eigenwerte, Eigenvektoren und diagonale Form der Matrizen A', B', C, G, H .