

Übungen zur Vorlesung „Nichtlineare Dynamik I“, WS 2019/20

Blatt 2 vom 29. Oktober 2019

Scheinkriterien: Je 60% der schriftlichen und der Votierpunkte sowie Vorrechnen.

Schriftliche Abgaben sind in PDF-Form (ein Dokument) beim Tutor per E-Mail abzugeben. Dieses soll geforderte Rechnungen und Diagramme enthalten und mögliche Fragen beantworten. Die Abgabe von Quellcode wird nicht berücksichtigt; bei Fragen hierzu bitte persönlich beim Tutor melden.

Tutor: Johannes Reiff (johannes.reiff@itp1.uni-stuttgart.de)

Abgabe: **2019-11-10**

Besprechung: **2019-11-13**

Aufgabe 3: Stabilitätsanalyse

10 Punkte

Gegeben sei die eindimensionale Abbildung

$$x_{n+1} = \begin{cases} 3x_n & \text{für } 0 \leq x_n \leq \frac{1}{3} \quad \text{und} \\ \frac{3}{2}(1-x_n) & \text{für } \frac{1}{3} \leq x_n \leq 1. \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Bestimmen Sie die Fixpunkte der Abbildung. Sind sie stabil?
- (b) Finden Sie den Zyklus der Periode zwei und prüfen Sie seine Stabilität.

Aufgabe 4: Lyapunov-Exponent

10 Punkte

Betrachten Sie die Abbildung

$$x_{n+1} = \begin{cases} 2x_n & \text{für } 0 \leq x_n \leq \frac{1}{2} \quad \text{und} \\ x_n - \frac{1}{2} & \text{für } \frac{1}{2} < x_n \leq 1. \end{cases} \quad (2)$$

- (a) Welche invariante Dichte erzeugt eine Bahn mit typischer Anfangsbedingung im Intervall $(0, 1)$?

HINWEIS: Die Dichte hat die Gestalt

$$\rho(x) = \begin{cases} \rho_a & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad \text{und} \\ \rho_b & \text{für } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

mit Konstanten ρ_a und ρ_b .

- (b) Bestimmen Sie den Lyapunov-Exponenten.

Aufgabe 5: Pitchfork-Bifurkationen

schriftlich, 10 Punkte

Die Abbildung

$$x_{n+1} = x_n^3 + \alpha x_n \quad (4)$$

hat den Fixpunkt $x_n = 0$. Er ist stabil für Werte des Parameters α in einem Intervall $\alpha_- < \alpha < \alpha_+$.

- (a) Bestimmen Sie α_- und α_+ .
- (b) Beschreiben Sie die Bifurkation bei $\alpha = \alpha_-$. Ist sie generisch?
- (c) Beschreiben Sie die Bifurkation bei $\alpha = \alpha_+$. Ist sie generisch?