

Übungen zur Vorlesung „Nichtlineare Dynamik I“, WS 2019/20

Blatt 3 vom 12. November 2019

Scheinkriterien: Je 60 % der schriftlichen und der Votierpunkte sowie Vorrechnen.

Schriftliche Abgaben sind in PDF-Form (ein Dokument) beim Tutor per E-Mail abzugeben. Dieses soll geforderte Rechnungen und Diagramme enthalten und mögliche Fragen beantworten. Die Abgabe von Quellcode wird nicht berücksichtigt; bei Fragen hierzu bitte persönlich beim Tutor melden.

Tutor: Johannes Reiff (johannes.reiff@itp1.uni-stuttgart.de)Abgabe: **2019-11-24**Besprechung: **2019-11-27****Aufgabe 6: Logistische Abbildung****schriftlich, 10 Punkte**

- (a) Berechnen Sie ein Feigenbaum-Bifurkationsdiagramm für die logistische Abbildung

$$f_r(x) = rx(1-x). \quad (1)$$

- (b) Berechnen Sie die niedrigsten Superzyklen der logistischen Abbildung, d.h. die Parameterwerte R_n , für die

$$f_{R_n}^{2^n}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad (2)$$

gilt. Bestimmen Sie daraus die Skalierungskonstanten α und δ .

HINWEIS: Überlegen Sie sich mit Hilfe der Skalierungseigenschaften, dass $f_r^{2^n}(1/2)$ mit wachsendem r für gerade n wächst, für ungerade n fällt. Programmieren Sie einen Intervallteilungsalgorithmus, der diese Tatsache verwendet. Wenn Sie die niedrigsten R_n kennen, können Sie die Lage weiterer Superzyklen mithilfe der Skaleneigenschaft abschätzen.

- (c) Bei $r \approx 3,83$ existiert ein stabiler Zyklus der Periode 3, der dann eine Periodenverdopplungskaskade durchläuft. Berechnen Sie die Feigenbaumkonstanten für diese Kaskade und überzeugen Sie sich, dass Sie dieselben Werte wie oben erhalten.

HINWEIS: Sie müssen Ihren Algorithmus in einem Punkt abändern.

Aufgabe 7: Quartische Abbildung**10 Punkte**

- (a) Wiederholen Sie die Berechnungen aus Aufgabe 6 für die Abbildung

$$f_r(x) = r[1 - (2x - 1)^4], \quad (3)$$

die ein Maximum 4. Ordnung besitzt. Welche Werte für r sind hier sinnvoll?

- (b) Bestimmen Sie Näherungswerte für die Feigenbaumkonstanten α und δ aus der Fixpunktgleichung

$$g(x) = -\alpha g\left(g\left(-\frac{x}{\alpha}\right)\right) \quad (4)$$

und vergleichen Sie mit den numerischen Ergebnissen.

Aufgabe 8: Cantormenge**schriftlich, 10 Punkte**

Die Zahlen im Intervall $[0, 1]$ können beschrieben werden durch eine triadische Entwicklung

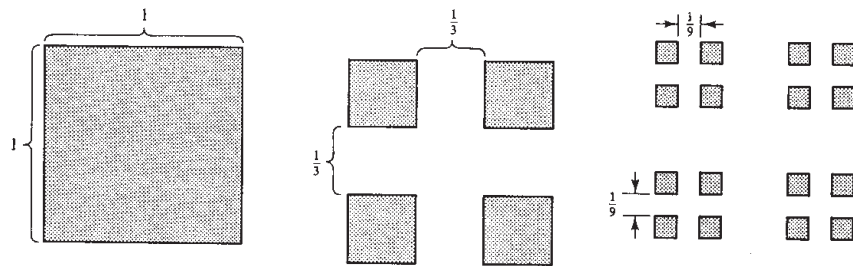
$$x = \sum_{i=1}^{\infty} a_i 3^{-i} \doteq 0, a_1 a_2 a_3 \dots \quad (5)$$

mit $a_i = 0, 1$ oder 2 . Zeigen Sie, dass die Cantormenge die Menge aller Zahlen in $[0, 1]$ ist, die eine triadische Entwicklung besitzen, in der die Ziffer 1 nicht vorkommt.

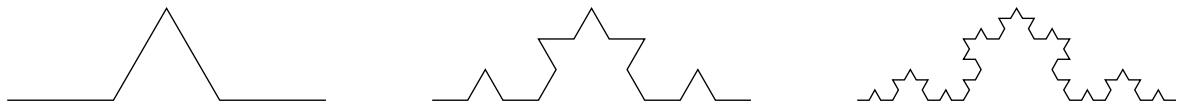
Aufgabe 9: Fraktale Dimension**10 Punkte**

Bestimmen Sie die Hausdorff-Dimension

- (a) einer modifizierten Cantormenge, bei der in jedem Konstruktionsschritt statt des mittleren Drittels jeder Teilstrecke die mittlere Hälfte entfernt wird,
- (b) der Menge, deren Konstruktion in den folgenden Abbildungen illustriert ist,



- (c) der Koch-Kurve



- (d) sowie der durch die folgenden Abbildungen beschriebenen Menge.

