

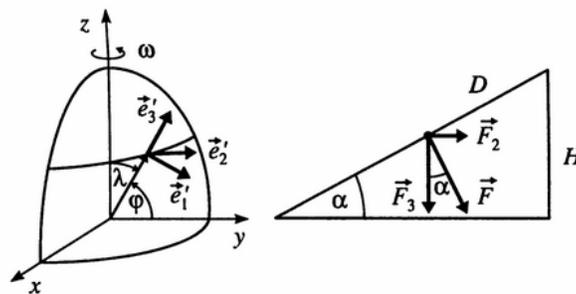
Rotierende Bezugssysteme und Scheinkräfte

Auf diesem Blatt betrachten wir Transformationen von Inertial- in beschleunigte Systeme. Wir bestimmen und analysieren außerdem die in beschleunigten Systemen vorkommenden Scheinkräfte.

Aufgabe 1: Flußüberhöhung

(2 Punkte)

Ein Fluss der Breite D fließt auf der Nordhalbkugel bei der geografischen Breite φ nach Norden mit einer Strömungsgeschwindigkeit v_0 . Wieviel liegt das rechte Flussufer höher als das linke? Rechnen Sie auch zur Veranschaulichung das Zahlenbeispiel $D = 2\text{km}$, $v_0 = \frac{5\text{km}}{h}$ und $\varphi = 45^\circ$ durch. Betrachten Sie dazu folgende Skizze:



Aufgabe 2: Differenz der Meerestiefe zwischen Pol und Äquator

(4 Punkte)

Nehmen Sie an, die feste Materie des Planeten werde zu einer perfekten Kugel mit Radius $r_1 = 6370$ km geformt. Das gesamte Volumen des Wassers der Erde ist ca. $1.4 \cdot 10^9 \text{ km}^3$ und umhülle die Kugelerde. Die Erdbeschleunigung sei noch immer $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ an der Ozeanoberfläche.

- Bestimmen Sie zunächst die ungefähre Dicke r_2 der Wasserschicht um diese Erde, wenn sich diese nicht dreht.
- Ein allgemeiner Planet obiger Form drehe sich nun um eine Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω . Bestimmen Sie approximativ die Meerestiefen $R = r_1 + r_2 + \Delta r(\Theta) = R_0 + \Delta r(\Theta)$ (mit $R_0 \gg |\Delta r(\Theta)|$, $r_2 > |\Delta r(\Theta)|$) in Abhängigkeit des Winkels Θ aufgrund dieser Rotation. Nehmen Sie dafür an, dass die Wasseroberfläche eine Fläche konstanter potentieller Energie ist. Nehmen Sie desweiteren an, dass die Form der Gravitationskraft auf ein Massestück m des Wassers an der Oberfläche nicht durch die Deformation beeinflusst wird (M des Planeten bleibt gleich, R bleibt variabel). Was muss für den Teil des Volumens gelten, das durch die Störung erzeugt wird?
- Unter den obigen Annahmen, wäre die Erde auch dann noch völlig umhüllt von Wasser wenn sie sich normal um die eigene Achse dreht?

Aufgabe 3: Freier Fall eines Massenpunktes in Erdnähe

(4 Punkte)

Man diskutiere den freien Fall eines Massenpunktes m in der Nähe der Erde bezogen auf ein erdfestes Koordinatensystem. Dazu betrachte man die Rotationsgeschwindigkeit ω der Erde um ihre Achse als Konstante und vernachlässige die Bewegung der Erde um die Sonne sowie Reibungskräfte. Gehen Sie ferner davon aus, dass die Rotationsgeschwindigkeit sehr klein ist.

- Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen aus Sicht eines auf der Erdoberfläche mitrotierenden Bezugssystems.
- Lösen Sie das resultierende System gekoppelter Differentialgleichungen unter der Annahme, dass die die Geschwindigkeit tangential zur Erdoberfläche viel kleiner ist als senkrecht zu ihr.
- Lösen Sie nun das Differentialgleichungssystem ohne die Annahme aus Teilaufgabe b). Welche zusätzlich Ablenkungen erfährt das Teilchen nun? *Hinweis: Machen Sie einen Polynomansatz $y(t) = C_1 t + C_2$ um die partikuläre Lösung der Differentialgleichung für $y(t)$ zu finden. Ordnen Sie die auftretenden Terme nach ihrer Ordnung in t . Was muss für diese unabhängig voneinander gelten?*

Aufgabe 4: Äquivalenzprinzip

(freiwillige Bonusaufgabe)

In dieser Aufgabe betrachten wir linear beschleunigte Bezugssysteme. Dies sind Bezugssysteme, die sich in eine festgelegte Richtung eine gewisse Beschleunigung erfahren.

- (a) Nehme Sie nun an, dass ein Bezugssystem bezüglich eines Ortsvektors $\vec{r}(t)$ konstant beschleunigt wird. Wie lauten die Koordinaten $r'(t)$ des Ortsvektors im beschleunigten Bezugssystem?
- (b) Wie lautet die Bewegungsgleichung eines kräftefreien Teilchens im konstant beschleunigten Bezugssystem? Gelten die Axiome Newtons? Woher kommt der Begriff der Scheinkraft?
- (c) Wie ändert sich Ihr Ergebnis in c), wenn wir zusätzlich eine Erdbeschleunigung berücksichtigen?
- (d) Betrachten Sie nun einen frei fallenden Fahrstuhl, in dem Sie sich befinden. Erfahren Sie relativ zum Fahrstuhl eine Beschleunigung?
- (e) Was ist träge und schwere Masse? Was haben wir bei den Aufgabenteilen "blind" vorausgesetzt?
- (f) Wie müsste die Bewegungsgleichung für das System in d) lauten, wenn wir strikt zwischen träger und schwerer Masse differenzieren?

Moderne Literatur

Ein Test des Äquivalenzprinzips.

P. Touboul *et al.*, *MICROSCOPE Mission: First Results of a Space Test of the Equivalence Principle*, Physical Review Letters **119**, 231101 (2017)