

**Übungen zur Vorlesung „Relativitätstheorie,
Astrophysik, Kosmologie (Vertiefungsmodul)“
Sommersemester 2017**

Übungsblatt 12

Ausgabe: Donnerstag, 6. Juli 2017
Abgabe der schriftlichen Lösungen: Donnerstag, 13. Juli 2017
Besprechung: Montag, 17. Juli 2017

Aufgabe 42: Strahlungsdominierte Ära (schriftlich)

Die Entkopplung von Strahlung und Materie erfolgt bei einer Temperatur von etwa $T_e = 3000$ K. Die Hintergrundstrahlung hat heute noch eine Temperatur von etwa 2,7 K.

- a) Um welchen Faktor hat sich das Universum seit der Entkopplung ausgedehnt? Wie groß ist die Rotverschiebung z der Hintergrundstrahlung? (3 Punkte)
- b) Gegenwärtig beträgt das Verhältnis von Strahlungs- zu Materiedichte im Universum etwa 10^{-3} . Berechnen Sie das Verhältnis der Dichten zum Zeitpunkt der Entkopplung. Begründen Sie damit, warum die Entkopplung von Strahlung und Materie etwa zur selben Zeit wie der Übergang von der strahlungs- zur materiedominierten Phase des Universums erfolgte. (3 Punkte)
- c) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass in der strahlungsdominierten Phase des Universums gilt

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} = (t/t_r)^{1/2}, \quad \text{wobei } t_0 \equiv \text{heute.}$$

Welchen Wert hat die Konstante t_r ? Schätzen Sie daraus die Dauer des frühen Universums ab. (4 Punkte)

Hinweis: $\sigma_r(t_0) = 4,5 \cdot 10^{-31} \text{ kg/m}^3$.

- d) Folgern Sie für den Temperaturverlauf im frühen Universum $T(t) = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ K} \cdot (t/\text{s})^{-1/2}$. (2 Punkte)

Aufgabe 43: Ereignishorizont der de Sitter-Metrik (Votieraufgabe)

In einem de Sitter-Universum sende eine Lichtquelle mit einer Radialkoordinate r_0 zum Zeitpunkt t_0 ein Signal aus. Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt ein Beobachter bei $r = 0$ das Signal empfängt. Empfängt er alle Signale? (6 Punkte)

Aufgabe 44: Helligkeit des Himmelshintergrundes (Votieraufgabe)

- a) Angenommen, über die Himmelskugel wären $2 \cdot 10^{11}$ Sterne (etwa die Zahl der Sterne im Milchstraßensystem) gleichmäßig verteilt. Jeder einzelne Stern habe dabei die scheinbare Helligkeit m_0 . Die Szintillation verschmiere das Licht der Sterne zu einem homogenen Strahlungshintergrund. Wie groß wäre dann die Helligkeit eines Stückes der Himmelskugel, das die Größe von einer Quadratbogensekunde hat? (Überlegen Sie zunächst, wie viel Quadratgrad die Himmelskugel hat!) (4 Punkte)
- b) Wie groß müsste unter diesen Annahmen das m_0 der $2 \cdot 10^{11}$ Sterne sein, um die wirklich gemessene Helligkeit des Himmelshintergrundes von 23^m pro Quadratbogensekunde zu erklären? (2 Punkte)