**Übungen zur Vorlesung „Nichtlineare Dynamik I“, WS 2016/17**

5. Übungsblatt vom 12. Dezember 2016

Scheinkriterien: Je 50 % der Schriftlichen- und Votierpunkte, sowie Vorrechnen.
Schriftliche Abgaben sind in PDF-Form (möglichst ein Dokument) beim Tutor per Mail abzugeben. Dieses soll eventuelle Rechnungen und geforderte Diagramme enthalten und mögliche Fragen beantworten. Die zusätzliche Abgabe von Quellcode ist ebenfalls möglich, ersetzt jedoch nicht die Abgabe der Lösungen in PDF Form, sondern dient der Auffindung möglicher Fehler.

- **Tutor:** Matthias Feldmaier: matthias.feldmaier@itp1.uni-stuttgart.de

Abgabe: **8.01.2016** Besprechung: **10.01.2016**

**Aufgabe 13: Korrelationsdimension seltsamer Attraktoren schriftlich, 10 Punkte**

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Korrelationssignal $C(\ell) = \sum_{i=1}^{M(\ell)} p_i^2$, mit $p_i$ der Wahrscheinlichkeit mit der eine Trajektorie $\mathbf{x}_i$ ein Kästchen mit Kantenlänge $\ell$ besucht, geschrieben werden kann als

$$C(\ell) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^{N} \Theta(\ell - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) \ , \ \text{wobei}$$

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

die Heaviside-Stufenfunktion ist. Berechnen Sie numerisch das Korrelationssignal $C(\ell)$ für die Hénon-Abbildung

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 1 - a x_n^2 + y_n \ , \\ y_{n+1} &= b x_n \end{aligned}$$

mit $a = 1.4$ und $b = 0.3$. Stellen Sie $C(l)$ logarithmisch dar und bestimmen Sie aus der Steigung die Korrelationsdimension $D_2$ des seltsamen Attraktors

$$D_2 = \lim_{l\to 0} \frac{\log C(\ell)}{\log \ell}.$$

**Aufgabe 14: Mandelbrot-Menge 10 Punkte**

Die Mandelbrot-Menge wird durch einen einfachen Algorithmus erzeugt, der auf der Formel

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad \text{mit} \quad z_0 = 0$$

beruht. Dabei sind $z_n$ und $c$ komplexe Zahlen. Mit dieser Formel kann man für jeden Punkt $c$ der komplexen Zahlenebene eine Punktfolge $z_1, z_2, \ldots$ bilden, den sogenannten Orbit. Die Mandelbrot-Menge ist die Gesamtheit aller Punkte $c$ der Ebene, für welche der zugehörige Orbit den Kreis mit Radius 2 um den Ursprung nicht verlässt, d.h. falls gilt:

$$|z_n| \leq 2 \quad \text{für alle } n = 0, 1, 2, \ldots$$

Nach 100 Iterationen kann abgebrochen werden. Die Punkte der Mandelbrot-Menge werden schwarz gezeichnet. Farbige “Apfelmännchen” entstehen, indem man die weiteren Punkte $c$ in einer Farbe zeichnet, die davon abhängt, nach wie vielen Iterationen $n$ der zugehörige Orbit den Kreis mit Radius 2 verlässt.
Fertigen Sie eine graphische Darstellung der Mandelbrot-Menge an und erklären Sie ihre Vorgehensweise. Um die Präsentation in der Übung zu vereinfachen, darf die entstandene Abbildung gerne auch im Vorfeld per PDF an den Tutor geschickt werden.