

Übungen zur Vorlesung „Astronomie und Astrophysik 2“, SS 2017

6. Übungsblatt vom 27.06.2017

Abgabe der schriftlichen Übung: Dienstag, 04.07.2017, 17:00 Uhr, nach der Vorlesung.

Aufgabe 13: Dipol-Anisotropie der Hintergrundstrahlung **optional (10 Punkte)**

Den größten Beitrag zur Anisotropie der kosmischen Hintergrundstrahlung bildet die Dipolanisotropie, die gegeben ist durch

$$\Delta T = \Delta T_{\max} \cos \vartheta, \quad (1)$$

wobei $\Delta T_{\max} = 3,369$ mK (Fixsen *et. al.*, *Astrophys. J.* **473** (1996) 576) und der Winkel ϑ zu einem geeigneten Bezugspunkt auf der Himmelskugel gemessen wird.

Man deutet die Dipolanisotropie als Doppler-Verschiebung, die dadurch verursacht wird, dass sich die Erde relativ zum Ruhesystem der Hintergrundstrahlung auf den Bezugspunkt zu bewegt. Wie groß muss die Relativgeschwindigkeit dazu sein?

Hinweis: Rechnen Sie nichtrelativistisch. Die Rechnung wird einfacher, wenn Sie annehmen, dass die Quelle der Hintergrundstrahlung sich relativ zur Erde bewegt.

Aufgabe 14: Sachs-Wolfe-Effekt **schriftlich (10 Punkte)**

a) In einem Gravitationspotential Φ gehen Uhren langsamer: Die Eigenzeit τ ist mit der Koordinatenzeit t verknüpft durch

$$d\tau = \sqrt{1 + 2\Phi/c^2} dt \approx (1 + \Phi/c^2) dt. \quad (2)$$

Zeigen Sie, dass für ein Photon, das im Potential Φ mit der (Eigen-)Frequenz ν_0 erzeugt und im Potential $\Phi = 0$ mit der Frequenz ν beobachtet wird, gilt

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\Phi}{c^2}. \quad (3)$$

Folgern Sie, dass ein fluktuierendes Potential bei der letzten Streuung der Hintergrundstrahlung zu einer Fluktuation der Temperatur

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\Phi}{c^2} \quad (4)$$

um die mittlere Temperatur T_0 führt.

b) Zu dem in a) berechneten Effekt, der eine Gravitationsrotverschiebung darstellt, kommt ein weiterer Effekt hinzu, der aus der Zeitdilatation (2) in Potentialtöpfen resultiert:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} \Big|_{\text{Zeitdilatation}} + \frac{\Phi}{c^2}. \quad (5)$$

Überlegen Sie, wie sich die in einem Potentialtopf etwas langsamer vergehende Zeit auf die heute empfangenen Photonen auswirkt. (Hinweis: Die Entkopplungstemperatur ist mit oder ohne Potential dieselbe.)

Zeigen Sie, dass die durch diesen Effekt verursachte Temperaturfluktuation durch $\Delta T/T_0|_{\text{Zeitdilatation}} = -\frac{2}{3}\Phi/c^2$ gegeben ist, wenn die Entkopplung in der materiedominierten Phase stattfindet.

Hinweis: Begründen Sie: In der materiedominierten Phase gilt $t^{2/3}T = \text{const.}$